

Peter Junglas

# Stochastik für Ingenieure – Didaktische Überlegungen für eine Master-Vorlesung

**Zusammenfassung.** Stochastik im Rahmen eines Master-Studiengangs für Ingenieure zu vermitteln, ist eine anspruchsvolle Aufgabe: Einerseits kann man wenig stochastisches Grundwissen voraussetzen, andererseits soll eine Master-Veranstaltung auch ein hohes theoretisches Niveau haben. Außerdem erfordern die Anwendungen fortgeschrittene Methoden und den Einsatz von entsprechender Software. Inhaltliche Konzepte für eine Veranstaltung, die diesen Anforderungen gerecht wird, sowie erste praktische Erfahrungen damit werden hier vorgestellt.

## Einführung

Die Stochastik findet in den Ingenieurwissenschaften vielfache Anwendungen, von der Auswertung von Messungen über die Planung von Fertigungsprozessen bis zur Analyse diskreter Simulationen. Trotzdem wird sie in der Mathematik-Grundausbildung oft wenig bis gar nicht behandelt, weil die grundlegenden Disziplinen Lineare Algebra und Analysis, gelegentlich durch Numerische Mathematik ergänzt, schon den der Mathematik zur Verfügung gestellten Zeitrahmen auslasten.

Diese Lücke sollte im Master-Studiengang “Systems Engineering” der PHWT Vechta/Diepholz durch eine entsprechende Vorlesung geschlossen werden. Die Anforderungen an diese Veranstaltung waren vielfach: Sie sollte keine Stochastik-Kenntnisse voraussetzen, aber trotzdem bis zu fortgeschrittenen anwendungsbezogenen Themen führen. Außerdem sollte sie praxis-relevante Verfahren vorstellen, aber dennoch den theoretischen Hintergrund und aktuelle Forschungsergebnisse auf Master-Niveau vermitteln.

I. F. wird gezeigt, wie versucht wurde, diesen Ansprüchen gerecht zu werden. Dazu werden die ausgewählten Inhalte erläutert sowie auf die Einbindung konkreter Software eingegangen. Weiterhin werden der konkrete Übungsbetrieb und die Prüfungsleistungen beleuchtet. Schließlich werden die Erfahrungen nach zwei Durchläufen vorgestellt.

## Hintergrund

Der an der PHWT Vechta/Diepholz neu konzipierte berufsbegleitende Masterstudiengang “Systems Engineering” baut auf einem 7-semesterigen Bachelor in Maschinenbau, Elektrotechnik o. ä. auf. In den ersten drei Semestern finden jeweils 12 Wochen lang an zwei bis drei Tagen die Woche Präsenzveranstaltungen im Umfang von 20 CP pro Semester statt, im letzten halben Jahr wird die Masterarbeit geschrieben.

Wesentliche Inhalte sind Systemtheorie, Multiphysikalische Simulation, HIL/SIL sowie Bauteil- und Systemzuverlässigkeit; von Anfang an war aber auch eine Mathematik-Veranstaltung vorgesehen. Im Vorfeld wurden von den Dozenten mathematische Inhalte vor allem aus den Bereichen Vektoranalysis, partielle Differentialgleichungen, Funktionentheorie und Statistik gewünscht. Daraus wurden Konzepte für je eine Veranstaltung “Mathematische Modellierung” und “Stochastik” entwickelt. Schließlich entschied man sich für eine Vorlesung zur Stochastik mit konkretem Anwendungsbezug zu den übrigen Fächern, während benötigte Modellierungsverfahren in die Spezialvorlesungen integriert werden sollten.

## Anforderungen

Natürlich kann man voraussetzen, dass die Studierenden die üblichen Vorlesungen in Linearer Algebra und Analysis gehört haben. Von Vorkenntnissen in Stochastik kann man allerdings nicht ausgehen, sondern höchstens auf Reste von Schulwissen in elementarer Wahrscheinlichkeitsrechnung hoffen. Trotzdem soll die Stochastik-Vorlesung ein einem Masterstudiengang angemessenes hohes Niveau haben, theoretische Grundlagen und aktuelle Forschungsthemen vermitteln.

Gleichzeitig soll die Veranstaltung möglichst konkreten Praxisbezug aufweisen und Methoden bereitstellen für das Modul “Zuverlässigkeit”, die Auswertung experimenteller Ergebnisse in den Projekten sowie für einige Wahlpflichtfächer, vor allem die Diskrete Simulationstechnik. Dazu gehört auch der Umgang mit geeigneter Software.

Insgesamt umfasst die Veranstaltung elf Vorlesungsblöcke zu je 2x90 Minuten, dazu kommt ein ganzer Übungstag, der vor der Klausur angeboten wird.

## Inhalte der Vorlesung

Die ersten vier Blöcke befassen sich mit den Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung, diskreten und stetigen Zufallsverteilungen, mehrdimensionalen Zufallsvariablen und den wichtigsten Grenzwertsätzen. Dabei werden zwar die Kolmogorov-Axiome vorgestellt, die grundlegende Problematik aber mangels maßtheoretischer Grundkenntnisse nur kurz angesprochen. Im kontinuierlichen Fall wird dann durchgängig die borelsche  $\sigma$ -Algebra verwendet. Ein Block beschäftigt sich mit Methoden der Erzeugung von Zufallszahlen zu gegebenen Verteilungen, ein weiterer mit stochastischen Prozessen, insbesondere Markov-Ketten und Bediensystemen. Damit wird vor allem benötigtes Hintergrundwissen für numerische Simulationen bereitgestellt. In den nächsten vier Blöcken werden die wichtigsten Begriffe und Verfahren der Statistik vermittelt: die deskriptive Statistik, Methoden der Parameterschätzung und Berechnung von Konfidenzintervallen sowie die wesentlichen Verfahren der parametrischen und nicht-parametrischen Testtheorie, bis hin zur Varianzanalyse und dem Kruskal-Wallis-Test. Der letzte Block befasst sich mit der Regressionsanalyse, die einerseits besonders wichtig für die Auswertung von Messverfahren ist, andererseits aber auch ein gutes Modell bereitstellt, an dem die bisher gelernten Methoden angewendet werden können.

Die Vorlesungsinhalte und Beispiele stellen dabei den Bezug zu den anderen Modulen her: In der Systemzuverlässigkeit benutzt man z. B. Verteilungen zur Berechnung von Lebensdauern oder Markov-Modelle für die Systemanalyse. Die Diskrete Simulationstechnik behandelt u.a. komplexe Bediensysteme, sie baut auf der Erzeugung von Zufallszahlen auf und verwendet Parameterschätzung und Testtheorie zur Analyse der Simulationsergebnisse. Für die Auswertung von Experimenten wird neben der Regressionsanalyse auch die Testtheorie und die Berechnung von Konfidenzintervallen benötigt.

Um den Studierenden klar zu machen, dass stochastische Verfahren auch heute noch weiter entwickelt und kritisch diskutiert werden, enthält die Vorlesung immer wieder Bezüge zu aktuellen Veröffentlichungen. Beispielsweise wird auf neue Berechnungsverfahren der Kruskal-Wallis-Verteilung eingegangen [1], auf Untersuchungen zur Fehlerhaftigkeit von Microsofts Statistik-Routinen [2] oder auf Verfahren zur Analyse von Graphen-Proben [3].

## Benutzte Software

Für statistische Berechnungen gibt es eine Vielzahl spezieller Programme, darunter das weitverbreitete kommerzielle SPSS-Paket [4] oder die frei verfügbare Statistik-Programmiersprache R [5]. Sie bieten zwar alle in der Vorlesung behandelten Verfahren an, benötigen aber einigen Einarbeitungsaufwand und sind nicht direkt in vorhandene Umgebungen wie z. B. Messwertsysteme integrierbar.

Stattdessen wird in der Vorlesung Matlab zusammen mit der “Statistics and Machine Learning Toolbox” eingesetzt [6]. Sie bietet sämtliche benötigten Verteilungsfunktionen incl. Zufallszahlen, erweitert die Plot-Möglichkeiten z. B. um Box-, Scatter- und Q-Q-Plots und enthält Komplettfunktionen für alle behandelten Tests und Regressionsanalysen. Außerdem können Matlab-Grundkenntnisse bei Ingenieur-Studenten vorausgesetzt werden. Das ermöglicht, die statistischen Methoden auf mehreren Leveln zu untersuchen: vom Einsatz der Komplettfunktionen über das explizite Nachprogrammieren von Tests bis zur Implementierung der numerischen Verfahren.

## Übungen und Prüfungsleistung

Die Vorlesung wird ergänzt durch insgesamt 47 Aufgaben, die von einfachen Anwendungen der Wahrscheinlichkeitstheorie bis zu komplexen Tests reichen. Zur besseren Abschätzung und Verteilung der Workload wurden jeder Aufgabe zwei Schwierigkeitsgrade in drei Stufen zugeordnet, die den mathematischen bzw. programmtechnischen Aufwand charakterisieren. Diese Einteilung ist den Studierenden nicht bekannt, allerdings sind schwere Aufgaben(-teile) als solche markiert. Besondere mathematische Schwierigkeiten sind dabei die algebraische Berechnung von Summen bzw. von ein- und zwei-dimensionalen Integralen, während programmiertechnisch komplexe Algorithmen oder rekursive Funktionen als besonders schwer bewertet wurden.

Ein expliziter Übungsbetrieb wird nicht angeboten, die Aufgaben sollen selbständig gelöst werden. Zur Kommunikation der Studierenden untereinander und mit dem Dozenten steht ein kollaboratives Blogsystem im Rahmen der ILIAS-Plattform zur Verfügung. Zusätzlich wird drei Wochen vor der Klausur ein kompletter Übungstag angeboten, bei dem Fragen zur Vorlesung und allen Aufgaben zusammen mit dem Dozenten besprochen werden.

Die “vierstündige” (also 180 Minuten dauernde) Klausur findet drei Monate nach der Vorlesung statt, sie umfasst sowohl analytische Berechnungen (per Hand) als auch mit Matlab durchzuführende Aufgaben. Sie ist in drei Teile gegliedert: Im ersten werden vor allem grundlegende Fragen gestellt und analytische Berechnungen gefordert, im zweiten sollen bekannte Verfahren unter Verwendung von Grundfunktionen der Statistik-Toolbox durchgeführt werden, der dritte enthält eine umfangreiche Fallstudie, für die u.a. die Komplet-Funktionen für Tests oder Regressionsanalyse verwendet werden sollen.

## Praktische Erfahrungen

Inzwischen sind zwei Durchgänge mit insgesamt 13 Teilnehmern erfolgt. Dabei fiel vor allem die hohe Motivation und Leistungsbereitschaft der Studierenden auf, allerdings war auch die Doppelbelastung durch Beruf und Studium deutlich zu bemerken.

Die erwarteten Vorkenntnisse waren überwiegend vorhanden, Lücken füllten die Studierenden mit kleinen Hilfestellungen selbständig. Insbesondere die bei etwa einem Drittel fehlenden Matlab-Kenntnisse wurden schnell nachgeholt, was durch vorhandene Programmierfahrung erleichtert wurde. Aus der Analysis war vor allem die Berechnung mehrdimensionaler Integrale unbekannt. Hier reichte aber ein einfaches Beispiel, um den benötigten Stand zu erzielen.

Im Rahmen der Vorlesung konnten fast alle geplanten Inhalte vermittelt werden, lediglich einige Tests und die mehrfache lineare Regression entfielen aus Zeitmangel. Trotz hohen Tempos blieb Zeit für Zwischenfragen und gelegentliche inhaltliche Diskussionen. Die Übungen wurden meistens zeitnah gerechnet, gegen Ende des Semesters war die Beanspruchung durch andere Veranstaltungen aber deutlich zu bemerken. Über ILIAS fand ein intensiver Austausch statt, zur Übungsstunde waren alle hervorragend vorbereitet. Dementsprechend erreichten sie in der Klausur überwiegend gute Ergebnisse.

Die Evaluation durch die Studierenden ergab, dass die Stoffmenge eher als zu hoch empfunden wurde, aber die Geschwindigkeit durchaus als annehmbar. Positiv wurden die vielen Praxisbeispiele und die gute inhaltliche Abstimmung auf die weiteren Veranstaltungen vermerkt.

## Fazit

Die ersten Ergebnisse zeigen, dass es möglich ist, ein solch anspruchsvolles Programm von den Grundlagen bis zu den Anwendungen auf Masterniveau zu vermitteln. Neben dem direkten Praxisbezug war dafür vor allem die hohe Motivation und Leistungsbereitschaft der Studierenden verantwortlich. Dennoch bleibt es ein Kraftakt für alle Beteiligten.

Das Vorlesungsskript ist auf der Homepage des Autors frei erhältlich [7]. Hinweise auf Fehler oder Kommentare zu Inhalt und Darstellung sind herzlich willkommen.

## Literaturverzeichnis

- [1] **Meyer, J. P.; Seaman, M. A.:** *A comparison of the exact Kruskal-Wallis distribution to asymptotic approximations for all sample sizes up to 105.* J. Exp. Educ., 2, **81**, 139-156 (2014).
- [2] **Mélard, G.:** *On the accuracy of statistical procedures in Microsoft Excel 2010.* Computation. Stat., 5, **29**, 1095–1128 (2014).
- [3] **Lee, G.-H.; et al:** *High-Strength Chemical-Vapor-Deposited Graphene and Grain Boundaries.* Science, **340**, 1073–1076 (2013).
- [4] **Bühl, A.:** *SPSS: Einführung in die moderne Datenanalyse ab SPSS 25.* Pearson-Verlag Hallbergmoos, 16. Aufl. (2018).
- [5] **Wollschläger, D.:** *Grundlagen der Datenanalyse mit R: Eine anwendungsorientierte Einführung.* Springer-Verlag Berlin-Heidelberg, 3. Aufl. (2014).
- [6] **Cho, M.; Martinez, W. L.:** *Statistics in MATLAB: A Primer.* Verlag Taylor & Francis Abingdon (2018).
- [7] **Junglas, P.:** Homepage der Vorlesung “Stochastik für Ingenieure”. <http://www.peter-junglas.de/fh/vorlesungen/stochastik/html/index.html>

## Autor

Prof. Dr. rer. nat. Peter Junglas  
 Private Hochschule für Wirtschaft und Technik Vechta/Diepholz  
 Schlesierstraße 13a  
 D-49356 Diepholz  
 E-Mail: peter@peter-junglas.de